算海說詳

算海說詳第三卷

白下隱吏古齊陽丘瞻足軒強恕居士李長茂拙翁甫註

勾股章

此章以勾股求弦之斜勾弦求股之長股弦求勾之濶三數互根推此彼應凡望高測深索賾驗遠較圓度方皆本乎此乃諸法之準要實萬算之綱維

勾股弦名義(〇)橫濶謂之勾直長謂之股斜長謂之弦假今木匠曲尺勾是尺股是尺稍自尺頭至稍尾斜去是弦也勾股弦術相求其名有十其列于後

一曰勾股較(〇)謂勾股相減也如後勾三十二步股六十步弦六十八步勾股相較[illegible]八步曰勾股較

一曰勾弦較〇謂勾弦相減也如勾三十二步弦六十八步相較減餘三十六步曰勾弦較

一曰股弦較〇謂股弦相減也如股六十步弦六十八步相較減餘八步曰股弦較

一曰勾股和〇謂勾股相併也如勾三十二步股六十步和同為一得九十二步曰勾股和

一曰勾弦和〇謂勾弦相併也如勾三十二步弦六十八步和同為一得一百步曰勾弦和

一曰股弦和〇謂股弦相併也如股六十步弦六十八步和同為一得一百二十八步曰股弦和

和

一曰弦較和〇謂弦與勾股較相併也如勾股相減餘差二十八步併弦六十八步共九十六步

曰弦較和

一曰弦和較〇謂弦與勾股併數相減也如勾股相和共九十二步以弦六十八步相減餘二十四步曰弦和較

一曰弦和和〇謂弦與勾股和相併也如勾三十二步股六十步弦六十八步合之為弦和和

一曰弦較較〇謂弦與勾股較相減也如勾三十二步股六十步相減餘二十八步以減弦六十八步餘四十步曰弦較較

勾股較和相求通義

一用勾股較為法得勾股和〇如弦六十八步自乘得四千六百二十四步加倍得九千二百四十八步減勾股較二十八步自乘七百八十四步餘八千四百六十四步平方開之得勾股和九十二步

一用勾股和為法得勾股較〇如前倍弦實九千二百四十八步減勾股和自乘八千四百六十四步餘七百八十四步平方開之得勾股較二十八步

一用勾弦較得勾弦和〇如勾弦較三十六步除股自乘三千六百步即得勾弦一百步

一用勾弦和得勾弦較〇如勾弦一百步除股自乘三千六百步即得勾弦較三十六步

一用股弦較得股弦和〇如股弦較八步除勾自乘一千零二十四步即得股弦和一百二十八步

一用股弦和得股弦較〇如股弦和一百二十八步除勾自乘一千零二十四步即得股弦較八步

一弦較和弦較較相通〇如勾股和九十二步自乘得八千四百六十四步減弦自乘四千六百二十四步餘三千八百四十步以弦較較四十步除之得九十六步為弦較和〇若

用弦較和九十六步除前實即得弦較較

一弦和和弦和較相適○如勾股之差二十八步自乘得七百八十四步以減弦自乘四千六百二十四步餘三千八百四十步以弦和和一百六十步除之得二十四步為弦和較

○若用弦和較二十四步除前實即得一百六十步為弦和和

再若勾三十二步加股弦較八步即弦較較○勾三十二步減股弦較八步即弦和較

○勾加弦較和九十六步共一百二十八步即股弦和○股六十加勾弦較三十六步共九十六步即弦較和○股減勾弦較三十六步餘二十四步即弦和較○股加弦較較四十步共一百步即勾弦和○勾股較加股弦較共三十六步即勾弦較○

股弦和一百二十八步減勾股較二十八步餘一百步即勾弦和○勾股和九十二步加股弦較共一百亦即勾弦和○股弦和一百二十八步減勾股和九十二步餘[illegible]

勾弦較○勾股較二十八步加勾股和九十二步共一百二十折半即股○勾股和九十二步減勾股較二十八步餘六十四步折半即勾○股弦較八步加股弦和一百二十八步共一百三十六步折半即弦○股弦和一百二十八步減股弦較八步半之即股○勾弦和一百步減勾弦較三十六步半之即勾○勾弦較三十六步加勾弦和一百半之即弦弦和和一百六十減弦和較二十四步餘一百三十六步弦較較四十加弦較和九十六步亦一百三十六步皆半之即弦○弦和較二十四步加弦和和一百六十共一百八十四步半之為勾股和○弦較和九十六步減弦較較四十餘五十六步半之為勾股較反覆相通此數之可以法求也

勾股求弦求股求勾歌

○勾股求弦各自乘○相併開方弦見成○勾弦求股自乘取○以少減多開方主○股弦求勾法相同○[illegible]

分明

勾股求弦勾股圖

今有勾股勾二十七尺股三十五尺問斜弦若干

答法 置勾二十七尺自乘得七百二十九尺另以股三十六尺自乘得一千二百九十六尺併二數共二千零二十五尺以開平方法除之得弦四十五尺

解義 弦自乘數內有一個勾自乘數一個股自乘數故合二數開方得弦○勾三股四弦五如勾三步自乘得九步股四步自乘一十六步二共二十五步弦五步自乘亦二十五步弦自乘數再勾自乘股自乘數前圖勾三九二十七尺股四九三十六尺弦五九四十五尺皆以勾三股四弦九也然勾股有長短不一隨長隨短皆弦數黃勾〻自不設故後復用股六十勾三十二一眾殊明

求弦難題西江月 ○中有一枯樁丈六全深根梢尖頭一馬繫難牝盡田中禾稻四〻五壓田地圖〻吃一周遭索長幾許算償招不

筭不知多少　（答）法置田積分以畝法二四通之得一百八步零四因三歸得一百四十四步為實以開平方法除之得一十二步為圓田全徑折半得六步乃枯樁繫馬之處以每步五尺乘之得三十尺為股自乘得九百尺另以樁一十六尺為勾自乘得二百五十六尺併二數得一千一百五十六尺為實以開平方法除之得（索長三十四尺）

又勾股求弦難題歌○二丈木長三尺圍葛生其下繞纏之徐徐纏繞上週遭葛稍卻與木稍齊試問先生能筭者葛長多少請君推題有木長二丈圍三尺葛由下斜徑七遭至頂問葛長若干　（答）（法）置木圍三尺與週七相乘得二十一尺為股自乘得四百四十一尺以木長二十尺為勾自乘得四百尺併二數得八百四十一尺為實用開平方法除之得（葛長二十九尺）

解義木圍圓三尺圍七遭皆以三尺乘之得二十一尺乃直之數也葛纏七遭乃斜纏至稍每直圍一遭有一個斜數在內故將斜圍七遭伸直下根仰遠木二十一尺如直圍七遭之數驗之不差蓋恭此皆數理天成之妙也

勾弦求股法〇今有勾股勾長二十七尺弦長四十五尺問股長若干

圖法置弦四十五尺自乘得二千零二十五尺另置勾二十七尺自乘得七百二十九尺以減弦自乘餘一千二百九十六尺以開平方法除之得股三十六尺

解義弦自乘數照勾自乘股自乘數減去勾自乘數止存股自乘數故開方得股

又勾弦求股雖遡西江月〇今有坡田一段西高東下會量十步五寸是斜長南北均長六丈欲要修為平壤東增一丈新墻不知幾許請推詳須要尖分停當

圖法置斜長十步以每步五尺乘之併加零五寸得五十尺零五寸自乘得二千五百五十尺零二十五分另以新墻十尺如勾自乘得一百尺相減餘二千四百五十

尺零二寸五分為實以開平方法除之得平壤東西如股長四十九尺五寸以步法五尺
除之得(田)(九)(步)(九)(分)以乘南北均長六丈即十二步得(平)(田)(一)(百)(一)(十)(八)(步)
(八)(分)以畝法二四除之得(田)(四)(分)(九)(釐)(五)(毫)
解義 東增新續一丈乃取股為一丈今東倚南一丈邊長南平放以當為一丈為勾

股弦求勾法〇今有勾股股長三十六尺弦長四十五尺問勾濶若干
(答)(法)置股長三十六尺自乘得一千二百九十六尺另置弦四十五尺自乘得二千零二十五尺
數相減餘七百二十九尺以開平方法除之得(勾)(濶)(二)(十)(七)(尺)
解義 弦自乘數減勾自乘股自乘數減去股自乘止存勾自乘數故開方得勾

又股弦求勾雖題西江月〇三月清明氣象家童鬪放風箏托量九十五
尺繩被風括起空中望得上下相應七十六尺無零縱横甚法問先生

少之多少為平　舊法置繩斜長九十五尺如弦自乘得九千零二十五尺又繩頭量至上下相應七十六尺如股自乘得五千七百七十六尺以減弦積餘三千二百四十九尺為實以開平方法除之得高五十七尺

又股弦求勾雜題歌○池河八分下釣鈎魚吞中底是根由勾繩五十岸齊並使盡機關無法籌縱橫源流雖辨認水深幾尺數難求　舊法置圓池八分以畝法二四通之得一百九十二步四因三歸得二百五十六步以開平方法除之得池徑一十六步折半得八步以每步五尺乘之得池半面加股四十尺自乘得一千六百尺鈎繩五十尺如弦自乘得二千五百尺相減餘九百尺為實以開平方法除之得水深三十尺

解義　雜題術法不過即求弦求股求勾正法但皆借事設術故備列以助思悟

較求勾股弦歌○勾股較求勾股宜○弦自乘之倍為實○較亦自乘相對減○勾股共數開方齊○減較折半是為勾○加較折半股無疑○勾弦股弦較另言○或勾或股自乘先○不用對減開方法○以較除之共數今○減較折半為勾股○加較折半即為弦

較求勾股弦圖

勾股較求勾股法○今有勾股不言勾股若干止言弦六十八尺股多勾二十八尺問勾股長濶各若干

(圖)(法)置弦六十八尺自乘得四千六百二十四尺加倍得九千二百四十八尺另以勾股較二十八尺自乘得七百八十四尺以少減多餘八千四百六十四尺以開平方法除之得九十二尺減較二十八尺餘六十四尺折半得(勾濶三十二尺)加較差二十八尺得(股長六十尺)

(又)(法)置弦六十八尺自乘得四千六百二十四尺另以股多

弦二十八尺自乘得七百八十四尺相減餘三千八百四十尺折半得一千九百二十尺為實以較差二十八尺用帶縱開平方法除之得勾三十二尺加入差二十八尺得股六十尺

解義

較與和術環相通以較除得和以和除得較前法開方得九十二尺乃勾與股共數故減去數差數以餘兩面勾數故折半得勾加入較差數即兩個股數故折半得股其開方得勾股共數若何也亦勾三十二尺乘股六十尺是三十二個六十尺即是六十個三十二尺計得積一千九百二十尺若勾三十二尺自乘得一千零二十四尺是三十二個三十二尺股本積也二十八個三十二尺以股六十尺自乘得三千六百又是六十個六十尺股本積多二十八個六十尺二數餘併實補得弦併本積數仍多一個二十八乘二十八差數弦自乘以勾勾自乘股自乘數所是兩個本積數一個差數加併是兩個差數四個本積數以較自乘減去一個差數止存四個本積數一個差數四積數四而五須中與術一個差數長濶皆九十二尺弦兩方得加十二為勾股共數也後法將弦自乘減去一差自乘止存兩個本積數折半適得勾股相乘原積故以差步用帶縱法求之得勾也○前法即前直田四因積又併入多差積步之法也

勾弦較求勾弦法○前數止言股六十尺弦多勾三十六尺問勾弦各若干

圖法置股六十尺自乘得三千六百尺為實以弦多勾三十六尺為法除之得一百尺減較差三十六尺餘六十四尺折半得勾闊三十二尺加差三十六尺得弦長六十八尺

又法置股自乘三千六百尺另以多勾三十六尺自乘得一千二百九十六尺相減餘二千三百零四尺為實以多勾三十六尺為法除之亦得六十四尺折半得勾加較得弦或將差加倍七十二尺為法除餘積正得勾三十二尺

股弦較求股弦法○前數止言勾三十二尺弦多股八尺問股弦各若干

圖法置勾三十二尺自乘得一千零二十四尺為實以弦多股八尺為法除之得股弦共數一百二十八尺加差八尺共一百三十六尺折半得弦六十八尺內減差八尺得股六十尺

解義以勾弦較除股自乘得勾弦和以較減和折半得勾加較折半得弦股弦較同

勾弦較股弦較求勾股弦法〇前數不言勾股弦若干止言弦多勾三十六尺多股八尺問勾股弦各若干

舊法置弦多勾三十六尺以弦多股八尺乘之得二百八十八尺加倍得五百七十六步以開平方法除之得二十四尺為實加弦多股八尺得勾闊三十二尺加弦多勾三十六尺得股長六十尺全加弦多股八尺多勾三十六尺得弦長六十八尺

新法置弦多勾三十六尺多股八尺併之共四十四尺自乘得一千九百三十六尺另置三十六尺自乘得一千二百九十六尺又置八尺自乘得六十四尺二共一千三百六十尺以減一千九百三十六尺餘五百七十六尺以開平方法除之得二十四尺加八尺得勾加三十六尺得股加四十四尺得弦

解義弦多八多三十六者參差不齊之數也以八與三十六相乘又加倍者多少互剔取平之法也乘數加倍即是將八尺以三十

六尺乘之成三十六個八尺又添三十六尺以八尺乘之成八個三十六尺兩下皆得積二百八十八尺合併得五百七十六尺乃兩下通平之數故開方得二十四尺此二十四尺即是句股弦均平之數三下皆內此通所以加多股之八得句加多句之三十六得股全加得弦增法兩多數合併自乘又以兩多各自乘減之皆兩多各自乘是兩下多少本并不齊之數也八乘三十六三十六乘八兩下參中取平之數也二數合併得四十四尺自乘數內有一個八尺自乘數一個三十六尺自乘數兩個八與三十六相乘數減去兩個自乘數止存兩個相乘適中之數計五百七十六尺與舊法同一理也如以股少弦八尺多句二十八尺為隔則將二十八尺加弦多股八尺共三十六尺以八尺乘之或以句少弦三十六尺少股二十八尺為開則將三十六尺以二十八尺對減餘八尺與三十六尺相乘總以弦多股多句之數為準益弦從句股得弦乃句股聯絡之數入句股差二十八尺其則雖合矣

句弦較股弦較求句股弦難題西江月○今有門廳一座不知門廣高低

表竿橫進使歸室争奈門狹四尺隨即竪竿過去亦長二尺無疑兩隅

斜去恰方齊請問三色各數 〔術〕〔法〕置門廣加句以多四尺為句弦較門

高如股以多二尺為股弦較二數相乘得八尺倍之得一十六尺以歸平方法除之得四尺即弦和較加多豎之二尺得門廣六尺加多廣之四尺得門高八尺全加多廣多豎共六尺得竿長即門斜十尺

餘股求股弦歌○餘股之法理宜明○勾自乘之除法行○餘股即為股弦較○加減折半總相同

餘股求股長弦

今有墻高一丈有二木齊長斜倚一木于墻木杪與墻頭齊却將木一根平卧於地木根抵墻根脚木杪則過斜木一尺問木長并去墻若干

長圖

圖解 置墻高十尺為勾自乘得一百尺以過斜木根一尺為股弦較除之如故得一百尺加較一尺共得一百零一尺折半得斜木即弦長五十尺零五寸減卧木過

斜木二尺得至墻如股四十九尺五寸

求股弦圖

今有木末垂索委地餘二尺引索去木八尺其索斜拄地適盡問木高索長各若干

法置去木八尺為勾自乘得六十四尺以委地二尺為股弦較自乘得四尺以減六十四尺餘六十尺為實以較二尺為法除之得三十尺折半得木高一丈五尺加委地二尺得索長一丈七尺

餘股求股弦圖

今有葭二莖生地中根並梢齊出水三尺引葭至岸一莖斜去立葭九尺與水適平問水深葭長各若干

法置至岸九尺為勾自乘得八十一尺以出水三尺為股弦較自乘得九尺以減八十一尺餘七十二尺為實以較三尺倍作六尺

為法除之得水深一丈二尺加出水三尺得葭長一丈五尺

解義 三法一例將木二葭背股木索即弦多股二尺并列于此以備互參木索二葭又用斜減法者亦非出備參也

餘股求股弦圖

今有懸門外懸簾下齊離地五寸引簾離闕六尺離地二尺五寸問簾高若干

圖法 置去闕六尺為勾自乘得三十六尺以離地二尺五寸減去原離地五寸餘二尺為法除之得一十八尺加股弦較二尺共二十尺折半得簾高一丈

又餘股求股弦難題西江月 ○ 平地鞦韆未起板繩離地一尺送行二步恰竿齊五尺板高離地仕女佳人爭蹴終朝語笑歡戲良工高士請言即備問索長有幾

圖法 置送行二步得十尺加勾自乘得一百尺為實以股圖加較五尺減原離地一尺餘四尺為法除之得二十五尺加較四尺共得如圖徑二十九尺

折半得索長一丈四尺五寸

股圖

股

股

不合二寸

今有開門去閫一尺不合二寸問門廣若干　答

法置去閫一十寸為勾以不合二寸折半得一寸為股弦較

勾十十自乘得一百寸　以較一寸除之仍一百寸　減較一寸餘

九十九寸折半得門一扇廣四尺九寸五分倍之得二扇共廣九尺九寸

解義　以上三法與前亦同例而引申言之使人觸悟如蓋離距二尺五寸蓋離地五寸輙隨離地五尺蓋離地一尺示人遇此類當除原離地分數門不合二寸以門二扇分之一扇得不合一寸示人遇此類當折半作一邊餘悬兼襯隨二法兼與索背股也鼓除之一十八尺共二十五尺背股弦和也前法減較折半得股此及加較折半者以共斜齊為股外加餘股乃為索寔數也

餘股求圓圖

今有圓木泥在壁中不知徑以鋸鋸之深一寸鋸道長一尺問木徑若干　答

法置鋸道長一尺為勾

倍數折半得五寸自乘得二十五寸為實以深一寸為股弦較除之加故得二十五寸為股加深一寸共得木徑二尺六寸

解義 此共圓田以弘弦間餘徑同法半弦自乘即矢乘餘徑之數故以矢除半弦積得餘徑加矢得全徑以深一寸為餘股較以除二十五寸仍得二十五寸此乃股弦共數也圓形句股從中心起捋二十五寸減餘股一寸折半得一十二寸即半圓之股加除弦折半得一十三尺即半圓之弦全圖係二倍故不折半加餘股一寸即得全徑二尺六寸之弘矢法亦本此故法相同○九自乘開方四寸面實同如五寸自乘得二十五寸乃四面皆五寸每長闊皆一寸共得二十五寸若以尺求則四而皆當一尺捋五寸自乘止得二分五釐矣故知此圖止以寸論不可以尺論也

餘勾餘股求方圖

今有邑不知大小四面居中開門西門外三十步有木一根出南門外七百五十步見木問邑方若干

(圖)(法)置出西門三十步為餘勾出南門

七百五十步爲餘股相乘得二萬二千五百步以開平方法除之得一百五十步爲一隅方得方面一半倍之得全邑方三百步

又方求餘勾股法 此言方一百五十步方外餘勾三十步問餘股若干 即置方一百五十步自乘得二萬二千五百步以餘勾三十步除之得餘股七百五十步求餘勾即以餘股除得餘勾

解義 此亦即容方法也前容方是以全勾股求此是以餘勾餘股求餘勾餘股所剩之積較容方四倍有餘但以餘勾與餘股相乘得積與內方相同故開方可得容方之面此數理互根无物不可測驗也

表竿求高深遠歌○高深與遠測表竿○正勾正股表末參〇竿至人目勾股餘○橫直容積同無疑○求股餘股乘正勾○餘勾除併表竿收○餘勾乘股餘股除○得勾併加退步宜

表竿外餘勾餘股求正股通高圖

今有木不知高從木根量遠二十五尺立表竿一丈表後退行五尺用窺穴望表末與木末斜平人窺穴高四尺問木高若干

(舊法)置表竿去木二十五尺為勾以表高十尺減去人目四尺餘六尺為餘股乘之得一百五十尺以退行五尺為餘勾除之得三十加表高十尺得木高四十尺

(又法)置表竿去木二十五尺加退後五尺共三十尺以表高十尺減人目四尺餘六尺乘之得一百八十尺以退後五尺除之得人目以上木高三十六尺加人目四尺得木高四十尺

解義 用表竿測高測深測遠總不外餘勾餘股如前面引葭至岸引藤遶閣等類雖未知弦長股長皆是引股作弦餘得股餘若干即是弦多股若干故即可以較求此時并未知弦多股若干故立表竿測餘勾餘股以得正勾正股入表竿退步得通勾通股其餘股各

横餘勾容直二積皆同一百五十尺以餘股乘正勾二十五尺得一百五十尺此横積也以餘勾除之得直長三十尺以餘勾乘正股三十尺亦得一百五十尺此直積也以餘股除之得横闊二十五尺其二積皆同若何也差勾股長短不齊斜弦所界無物通長通闊截長截闊勾股皆長短不齊加表竿十尺去人目四尺餘六尺人目在表竿則後五尺便驗得無直得六尺獨得五尺一尺加此通長為闊亦是加此即如一直田闊二十五步是五五二十五長三十步是大五三十斜長六步闊得五步得直田積截六步六個二十五步得一百五十步直截五步五個三十步亦得一百五十步勾股之不齊在直六尺横止五尺以六加横以五加直則兩边俱平故得積皆同除餘勾餘股美與連餘勾餘股美狀同一理

前表外餘勾股求正勾高過圖

今有因遠求高離高二丈五尺立表竿三尺六寸退行二尺又立表竿三尺人目望其高處俱與表合問高若干

㊟舊法 置遠二十五尺加入退行二尺共二十七尺以二表相減餘六寸乘之得一十六尺二寸為實卻以退行二尺為法

除之得八尺一寸加入後表竿三尺得（高一丈一尺一寸）

解義 此與前圖同法其併退行二尺作實者即前又法加退後五尺共三十尺以六尺乘之一也前表三尺六寸即前圖表竿後表三尺即前圖人目距四尺前圖遠二十五尺是正勾退後五尺是餘勾併之是通勾高三十尺是正股表竿除人目餘六尺是餘股連人目併之是通股此圖前表離高二十五尺是正股退行二尺是餘股併之是通股高八尺一寸是正勾前表殘後表三尺餘六寸是餘勾併之加後表三尺是通勾前求股高此求勾高通一理也

表外
餘勾
餘股
求股
遠圖

今有立竿求遠前立表竿三尺退行一尺八寸又立表竿三尺六寸人目望其二表俱對遠處參合問遠若干

圖術 置後表竿三尺六寸以退行一尺八寸乘之得六十四寸八分為實却以二表相減餘六寸為法除之得（遠一十尺零八寸）

又法 置前表竿三尺以退行一尺八寸乘之得五尺四寸為實却

以二表相減餘六寸為法除之得前表相去遠九尺加退行一尺八寸得通遠一十尺零八寸

解義 此以前表竿為正勾後表竿為通勾二竿相減餘六寸為除勾揔不外餘勾容直餘股容橫之理其將後竿以退行一尺八寸乘之即連小勾股算至尺邊與前法一也

餘勾餘股求股深圖

今有井不知其深井徑五尺從邊立直木五尺於井上從木末望至井下水邊人目入徑四寸問井深若干

法 置井徑五尺減入目四寸餘四十六寸與木高五十寸相乘得二千三百寸以餘勾四寸為法除之得井深五丈七尺五寸

解義 此以井徑為勾以井深為股以人目斜望下為法井徑五尺即前表竿也立木五尺即除法也以木杪人目望底積計共是五十五尺徙後表竿也人目至井口入徑四寸即前竿四十六寸後竿五十寸得也井徑入目之四寸即餘勾也以立木五十寸乘餘徑四十六寸得

二千三百寸即餘股立木五尺橫容之積也以餘勾四寸容直誤四
並共容二千三百寸故以四寸除得五百七十五寸即水深也

二表求高遠歌〇測高測遠兩竿奇〇兩竿長短一般齊〇相去若干前後立〇退望遠近有差池〇竿減人目餘勾股〇用乘表閒得積實〇前望後望相對減〇除實加竿高無疑〇另將前望乘表間〇後望減餘法除焉〇求得前表至高遠〇加後表望遠亦仝

二表餘勾餘股求高遠圖

今有隔水望木竿不知高立二表各長一丈前後對直相去一十五尺從前表退行五尺人目窺高四尺望表末與木杪斜平從後表退行八尺窺望表末亦與木杪斜平問竿高並至竿遠若干

答

法置兩表相去一十五尺以表高一十尺減人目四尺餘六尺以為

餘勾乘之得九十尺為實另以後表退行八尺減前表退行五尺餘三尺為法除

實得表上木高三十尺加表竿十尺得木竿通高四十尺另置相去一十五尺以

前表退行五尺乘之得七十五尺仍以前法三尺除之得前表至隔水木遠二十

五尺加後表至前一十五尺并退行八尺得至木竿共遠四十八尺

解義

此仍上餘勾容直餘股容橫之理前圖亦立二表竿其後表柒

與前表竿不一後表即人目處節一表竿法也緣知到高遠之

我故止一竿可測此立二表竿相同二表各有退行人日望處同井

不知到木遠若干收〻一表執表中間尺數求之人目處望處 四

尺故前後表𢓊刁皆六尺至前表退五人後表則見八尺是下[illegible]一

十五[illegible][illegible]以前表竿多退三尺此三尺是從十五步多出的前五從

迎成八五尺是前表巴有的三尺是後表加出的前表以前餘句所

客橫積爲前表竿前表至後表十五尺所客橫積爲後表竿以前表

退五人論之前表至木二十五尺高長遠短前表前是正句退五尺

是餘勾〻餘股六尺乘王句二十五丈得一百五十尺以餘勾五尺

除得表上之高三十尺以後表退八尺論之前表至木丈加至多善

十五尺浩四十尺高短遠長後表前四十尺是正從退八尺是餘處

以餘勾六尺乘正股四十尺得二百四十尺以餘股八尺除之亦得表上之高三十尺以表間為之前表至後表十五尺表上高三十尺亦高長遠短表間十五尺見正勾後表退行減前表退行餘三尺是除勾此乃就前表以後求高股三十尺勾一十五尺勾得股二分之一廿餘勾三尺餘股六又將十五尺以六尺乘以三尺除亦得表上之高三十尺此數理之條可懸者也然又將十五尺以退五尺乘以三尺除得前表至木之處者何也前表至木二十五尺是五同五尺後表至前表一十五尺是三個五尺後表得前表八分之三前表得五分後表得三分將表間十五尺五同三得即將三分因歸作五分故遠得前表至木之數

二表餘勾股規望海島圖

今有海島不知高遠立表竿三丈退行六十丈又立短竿三尺人目望二竿末與島峰頂參合後卻退行五百丈又立表竿三丈退行六十二丈又立短竿三尺人目望二竿末俱與島峰頂參合問海島高遠各若干

圖法 置表間相去五百丈以表竿三丈減去短竿

三尺餘二丈七尺乘之得一千三百五十丈為實另置後表退行六十二丈減去前表退行六十丈餘二丈為法除之得六百七十五丈加入表高三丈共六百七十八丈以里法一百八十丈為法除之得島高三里一百三十八丈另置表間五百丈以前表退行六十丈乘之得三萬丈為實亦以減餘二丈為法除之得一萬五千丈以里法一百八十丈為法除之得前表至島遠八十三里六十丈

解義此與望木同法雖立四竿二短竿即人目處猶二表法也前後表得八分之三步得六十二分之二前六十分後二分

二表餘勾股窺定攻守圖

今有城頭樑寇欲求寇營遠近未知幾高計城頭樑口高三尺三寸於中口處堞墻一尺內立表竿四尺退行八尺又立望竿四尺二寸人目窺望二竿末正與寇營斜對另退卻一十七尺

重立表竿四尺退行八尺一寸立望竿四尺二寸人目窺望二竿末亦與寇營斜對問寇遠若干。(術)(法)置表間一十七尺以寸通之得一百七十寸以望竿餘二寸即餘勾乘之得三百四十寸以後表退行八尺一寸減前表退行八尺餘一寸為法除之仍三百四十寸以尺通之得(城)(下)(至)(表)(竿)(如)(通)(勾)(三)(十)(四)(尺)即將三十四尺為實另將前表退行八尺以寸通之得八十以乘三十四尺得二千七百二十尺以餘竿二寸除之得前表至寇營遠一千三百六十尺內除墻一尺餘得(實)(遠)(一)(千)(三)(百)(五)(十)(九)(尺)○或以表間積求亦將前退八尺以寸通之得八十以乘一十七尺得一千三百六十尺以後表減餘一寸為法除之仍故得前表至營之遠○(圖)(法)再將後表退行八尺一寸以寸通之得八十一却以餘竿二寸乘表間一十七尺得三十四尺以八十一除之得依後表窺望斜弦至營前表竿餘高四寸一分九亘有零

原表高四尺藏梁口高三尺三寸餘七寸上藏斜弦上四寸一分九里有零梁口上餘二寸八分有零照依後表斜弦安立砲位百發百中可立奏功

解義行前後退行八尺共八尺一寸俱以寸通者餘勾二寸餘股貳八尺或八尺一寸是前表餘勾二分餘股八十分後表餘勾二分餘股八十一分以寸通之乃合本等分數也本此乘除表間十七尺便知後表至前表應減數若于上去退餘下去梁口中餘即砲位處凡此等法須斟量遠近以耑依梁口高下定立表竿應便後表斜弦減退以合砲位乃有濟用

拂翁論曰表竿一法於攻守最為有用或恐臨城邑安營近地或恐擾堡寨或恐占山頭我軍另占山頭或恐在水洋短兵難接須借火砲攻擊但或高或下徒費錢糧無濟實用立定表竿前後窺望照依望穴斜弦置列砲位遠近高下自可百發百中倘遇山隅欲側高低不平將竿先取下平隨依地勢安立自下平以上作數推筭則施之無處不宜其表

股弦和丈一餘九尺一寸折半得(折處高六尺五寸五分)

勾弦和股弦和求勾股弦法〇今有勾股如止言勾弦共一百尺股弦共一百二十八尺問勾股弦各若干(舊法)置股弦共一百二十八尺以勾弦共一百尺乘之得一萬二千八百尺加倍得二萬五千六百尺為實以開平方除之得一百六十尺為勾股弦共數減勾弦和共一百尺餘得(股長六十尺)又將一百六十尺另以股弦和一百二十八尺減之餘得(勾濶三十二尺)又將一百六十內減勾三十二尺股六十尺共九十二尺餘得(弦長六十八尺)

解義　數從勾股弦生得勾股弦併合自乘共中所包仍是勾股弦數加勾股弦共一百六十尺自乘以勾股弦分之內中是一個勾自乘一個股自乘一個弦自乘兩個勾股相乘兩個勾弦相乘兩個股弦相乘共九個數在內以勾弦一百尺乘股弦一百二十八尺內中是一個勾股相乘一個股弦相乘一個勾弦相乘一個弦自乘共四個數共三相乘數俱較上二分之一弦自乘數同然較上少一勾

自乘股自乘即又多一弦自乘數合筭共得一半故加倍合之開方得勾股弦共數一百六十也

勾股較勾弦和求勾股弦法○今有勾股止言股多勾二十八尺勾弦共一百尺問勾股弦各若干　增法置勾弦共一百尺加股多勾二十八尺共一百二十八尺即股弦和却以勾弦和一百尺乘之依上法求勾股弦

勾股較股弦和求勾股弦法○今有勾股止言股多勾二十八尺股弦共一百二十八尺問勾股弦各若干　增法置股弦共一百二十八尺減股多勾二十八尺餘一百尺即勾弦和以乘股弦和一百二十八尺依上法求勾股弦

勾弦較股弦和并積求勾股弦法○今有勾股積一千九百二十尺弦多勾三十六尺弦股共一百二十八尺問勾股弦各若干　增法置股弦共一百二十八尺減弦多勾三十六尺餘九十二尺即勾股和自乘得八千四百六十四尺另將積

一千九百二十尺以四因之得七千六百八十尺以少減多餘七百八十四尺以開平方法除之得二十八尺即勾股較以減九十二尺餘六十四尺折半得勾闊三十二尺加股多二十八尺得股長六十尺以減股弦共一百二十八尺餘得弦長六十八尺

股弦較勾弦和并積求勾股弦法〇今有勾股積一千九百二十尺弦多股八尺勾弦共一百尺問勾股弦各若干 圖法 置勾弦共一百尺減弦多股八尺餘九十二尺自乘以四因積相減如上法

解義 勾股共自乘用四因積相減者其自乘內係四個積與一個二十八自乘數故對減開方得股多勾二十八尺也若止以積與設多勾股問即置積為實以二十八帶縱開方求之即得勾若以積與勾股和問亦相減求之

孫子度影量竿法〇今有立木不知高日影在地長五丈隨立一竿長一丈日影長一丈二尺五寸問立木高若干 圖法 置立木影長五丈為實

以竿影長一丈二尺五寸爲法除之得木高四丈

筭海說詳第四卷

白下隱吏古齊陽丘曉足軒強恕君士李長茂挺翁甫輯著

開方章

此章以平方求方面以平圓求圓徑以帶縱減縱求直長濶以一乘再乘求立方立圓以一乘再乘三乘等求立方立圓之積高開方與勾股法相為表裏乃諸數借為權與誠筭家所宜考究

開方總解( )平方即方面自乘之積還源曰開平方者開四面而成方也其法有初商再商三商四商不等以商除積盡為定商者約畧之意乃量積數多寡而約畧定方百則下十萬則下百之類是也初商是方法次商以後用廉法隅法方法者先約畧積數可以四面成方者左定一

數若定一法相呼乘法以除積數除數不盡又用次商廉即方外所加之直謂一方帶兩邊直以形其壯取名曰廉一方不盡須從兩面加益故廉用倍法次商是方外再加之凋廉即初方兩面之長相呼除積兩邊俱與初商方齊尚缺一角故即用次商相呼成一小方以補兩廉之角所謂隅法也如商除不盡再用三商或終有不盡以法命之此為一乘方法曰乘者呼乘法為除積也再以方面自乘之積以方面乘之為二乘方又以方面乘二乘之積為三乘方二乘方即成立方上下六面俱同一方面如骰子樣是也三乘者立方之上再加高加容深之類是也求立方其商除之數須依一乘再乘約畧定數如平方四步至八步商二步立方八步至二十六步俱商二步等是也三乘四乘以上只其

數理可以類推用處亦鮮平圓立圓不外平方立方數有不盡亦同方法命之謂之命者餘實若干不盡却以所商得平方數若干倍作兩為再加一隅共得若干分餘數止若干分即為若干分之幾以命之也

開方求廉率稿圖

程實[illegible]作[illegible]不用[illegible]依圖自上而下[illegible]得[illegible]方率[illegible]四六四為[illegible]皆[illegible]其自然[illegible]之妙

一
一　一
一　二　一
一　三　三　一
一　四　六　四　一
一　五　十　十　五　一
一　六　十五　二十　十五　六　一

又曰左袤乃積數右隅乃隅算中藏者皆廉以廉乘商方命實而除之

按引口現圖義古層一平方立方總是一即如一歸不須歸二層生兩一即二數位二自乘得四三層一二一共四即平方數二再乘四得八四層一三三一共八即立方數五層共十六六層三十二七層六十四即三四五乘數乃從一斷次生下每層增一倍遞合二位一再乘以至無窮明生率妙合之理其為合二位數何也一如太極兩一如兩儀為數本於一然太極重而不用陰陽逢兩得生有至下兩旁總是一即是一自乘再乘總是一一是兩儀之一即仍太極之一

開平方認商款〇一百一十定無疑〇一千三十有零暗〇九千九九不

無窮生數無不在一包羅本二生衍故獨合二位數也且二爲下每
二位生一位正逢兩得生如三爲兩一生二兩一皆乘二即二自乘
之四四爲一三各生四一三各乘四即四自乘之十六五爲一內各
自生五一四各乘五即五自乘之二十五三三生六三皆乘六即六
自乘六三十六六七爲皆然是自乘亦爲包藏在內北之理生率妙
分與可點讀次其因皆出以務參悟經解似猶未徹併存待考

離十〇一萬總作一百推〇方除倍方作廉法〇次商除廉并隅除〇

餘數倍廉更商起〇商除不盡命其餘

開平方初商定首位數

商一步　積一步起至三步止皆商一步

商二步　積四步起至八步止

商三步　積九步起至一十五步止

商四步　積一十六步起至二十四步止

商五步　積二十五步起至三十五步止

商六步　積三十六步起至四十八步止

商七步　積四十九步起至六十三步止

商八步　積六十四步起至八十步止

商九步　積八十一步起至九十九步止

商十步　積一百步起至三百九十九步止

商二十步　積四百步起至八百九十九步止

商三十步　積九百步起至一千五百九十九步止

商四十步　積一千六百步起至二千四百九十九步止

商五十步　積二千五百步起至三千五百九十九步止

商六十步　積三千六百步起至四千八百九十九步止

商七十步　積四千九百步起至六千三百九十九步止

商八十步　積六千四百步起至八千零九十九步止

商九十步　積八千一百步起至九千九百九十九步止

商一百步　積一萬步起至三萬九千九百九十九步止

開方筭盤定位之圖

右法位　而右　中自左　積定居　左商位

置原積實居中左置商位右照依所商別置一位於積實之下名曰下法左商置左第一位得若干下法亦置上商若干於左法之第一位與上商相呼除實名曰方法除實若干乃將法位上加一倍

名為廉法又再商若干置右初商之第二位下法亦置若干於法之第二位名為隅法併廉法共得若干皆與再商相呼除實盡得平方一面之數如不盡仍前再倍次商作廉重商之或數不盡以法命之

一方二廉一隅圖

隅

廉　長五十步

方　方面五十步

今有平方積三千一百三十六步問方面若干

法曰置積三千一百三十六步於中為實約實定初商五十步於左下法亦置五十步於右左右相呼五五除實二千五百步餘積六百三十六步（）就將下法五十步倍作廉法一百步次商六步於左初商五十步之下位亦置六步於右倍廉一百步隅位之下共得一百零六步皆與次商六步相呼一六除實六百步又左六對右六相呼六六除實三十六步恰盡得方面五十六步

解義左位約商方面之數也右位加廉隅求方面之法故除表恰合即以左位所得之數為方面倍廉或百則次商之六步下法即置隅位凡商位法位得從位或千或百或十百紀認明白開除無錯誤

一方四廉兩隅圖

廉 隅 方

今有方田積七萬一千八百二十四步問平方一面若干（舊法）置田積於中為實初商二百步於左位亦置二百步於右為方法以左二對右二相呼二二除實四萬步餘實三萬一千八百二十四步○就以方法二百步倍作四百步為廉法次商六十於左初商二百之下亦置六十於廉法四百之下為隅法共四百六十皆與次商六十相呼先以左六對右四呼四六除積二萬四千步又左六對右六呼六六除積三千六百步餘實四千二百二十四步○又將右位次商六十倍加六十共五百二十又為廉法再商八步於左初次商二百六十之下併亦置八

於右廉法五百二十之下位皆與上商八步相呼先以左一八對右五相呼五八除積四千步 又以左八與右二相呼二八除一百六十步 又以左八與右八相呼八八除實六十四步恰盡得(方)(面)(二)(百)(六)(十)(八)(步)

一

解義 此同一陂方田分作七陂內方二百步一陂積四萬步次商六十內有隅六十步長二百步兩陂故倍初商二百作四百為廉法與次商六十相呼除實二萬四千是兩陂直田積隅法六六相呼除實三千六百步是二層小方四積又商八步內有隅八步長二百六十步兩陂故再倍六十併先兩廉共為廉法以又商八八步與五百二十邊呼共除四千一百六十步是外層二陂直田積八八相呼除積六十四步是外層隅角小方田積一閒圖自可了然上圖二層此圖三層萬千百十步分至邊每一等分一層每層皆有二廉一隅

歸除開平方法訣○歸除開方法最良○初商對呼除內方○下法加倍為廉法○歸除實位得次商○商法相呼除隅積○再商仍依前法詳

今有方田積五萬四千七百五十六步問平方每面長若干 (圖)(法)置積

五萬四千七百五十六步於盤中為實見實積五約商二百於左亦置二百於右為下法左右相呼二二除實四萬步餘實一萬四千七百五十六步即以右法二百步倍之得四百步於為廉法歸除之呼四一二十二逢四進一十得次商三十步就置三十步於右法四百之下相呼三三除實九百步餘實五千八百五十六步又將右法三十步倍之得六十步共四百六十步為法歸除之呼四一二十二逢八進二十得三商四步亦置四步於右法六十步之下相呼四六除實二百四十步又呼四四除實一百六十步恰盡以左上所商得方面二百三十四步

解義歸除開方與商除一理其用倍廉為法歸除即同以倍廉與次商呼除故歸除之後直以次商隅法相呼不用倍廉呼除也若倍有二位如四百六十作歸除止用一位六十從其次商呼除然若千歸除時將所六十除去則後止用隅法相呼除一理也

商除本位開方法歌○商位開方法尤精○不用穀廉一隅稱○初商自

呼除方積〇次商呼初除積行〇又用次商呼初次〇除完乘隅皆在中〇三商四商同一理〇惟此省便易為功

一方四直開方圖

隅
長二百六十八步
廉
長二百六十步
二百步
方
二百步

今有方田積七萬一千八百二十四步問平方一面若干

答曰

法曰 置田積七萬一千八百二十四步為實於右約商二百步於左二二自呼除實四萬步餘實三萬一千八百二十四步次約商六十步於初商之下即以次商六十步與初商二百步呼除二六除一萬二千步又以次商與初次商共二百六十步呼除二六除一萬二千步六六除積三千六百步餘實四千二百二十四步再約商八步於左二百六十步之下即以再商八步乘初次商共二百六十步二八除積一千六百步六八除四百八十步又以再商呼初次再共二百六十八步二八除一千六百步六八除四百八十步八八除六十四步

恰盡得方面二百六十八步

解義此知一段田分作五段從商自乘是方田次商呼初商是二層短直田次商呼初次共商是二層長直田三商呼初次商是三層短直田三商併呼初次三商是三層長直田四兩短直各一廉之積兩長直各一廉一隅之積此法更覺捷便

又商位開平方命法〇今有平方積四百九十步問每面若干 圖法置

積四百九十步於盤右見實四百商二十步於左自對呼二二除實四百步餘實九十

步次商二步於左二十之下即以二步與初商二十步相呼二二除實四十步又

以二步與二十步相呼除實二二除四十步二二除四步共除四十八步餘六步不盡卻

以所商二十二步倍之又添一步共得四十五步為分母命之曰方面得二十二步

零四十五分步之六

解義積四百九十步方面二十二步一分三釐五毫不盡開數有難不狀以法命之共云四十五分步之六者因再得四十五步便

可先兩家一隅再商一步參上六步尚少三十九步即四十五分步之六乃四十五步內僅有六步也

今有大小方田二段相併共積四百步只云大方面比小方面多四步問大小方面併積各若干

大小二方併積圖

積二十六步　大方積一百四十四步　方面十二步

方面十二步　小方積一百四十四步　四十四步　方面十二步

答法 置大方面多小方面四步自乘得一十六步以減共積四百步餘積三百八十四步折半得一百九十二步為實另置大方面多小方面四步為縱方以帶縱開平方法除之初商一十於左下法亦置一十於縱方之上共一十四步皆與上商一十相呼一一除一百一四除四十共除一百四十步餘實五十二步卻以下法初商一十倍作二十倍法不倍縱併縱共二十四步次商二步於左初商一十之次下法亦置二步於右法次位縱上共二十六步皆與次商二步相呼二二除四十二六除一十二步除實恰盡得小方面一十二步加

多四步得大方面一十六步各以方面自乘得積大方二百五十六步小方一百四十四步

解義大方多小方四步兩面各多四步如二廉又多一隅以四步自乘殘去隅積共存二廉二小方積折半止存一小方一廉如一直田故以四步為縱開方得小方面猶直田得闊也

大中小三方併積圖

大方面二十步 計積四百步
中方面十六步 計積二百五十六步
小方面十二步 計積一百四十四步
積八百步

今有大中小方田三段相併共積八百步只云大方面比中方面多四步中方面比小方面多四步問大中小方面併積各若干

舊法置大方面多小方面八步自乘得六十四步又以中方面多小方面四步自乘得一十六步併二數共八十步以減共積八百步餘七百二十步以三歸之得二百四十步為實初商一十自乘得一百步以減積實餘實一百四十步次商二併初商

共二十自乘得一千四百四十四步內減初商自乘一百餘四十四步以減餘實又餘實九十六步卻以三因得二百八十八步另併大方多小方八步中方多小方四步共二十倍之得二十四步與初商十步相呼一二除二一四除四又與次商二步相呼二二除四二四除八得(小方面十二步)加多四步得中方面十六步又加多四步得(大方面二十步)各以方面自乘得積

(捷法)置大方多小方八步中方多小方四步各自乘共八十步減共積八百餘積七百二十步以三歸之得二百四十步為實另以多四步加倍得八步為縱方初商十步即置八步於實右縱方先以左商十步自呼除一百步又與右縱八步相呼一八除八十步餘實八十步次商二步於左初商十步之下即以二與初商呼一二除十二又以二與二十呼一二除十二二除四步又以二與縱八步二八除一十六步除實恰盡得(小方面一十二步)適

加多步得中方大方面

增法置大方多中方面四步自乘得一十六步又置中方多小方面四步自乘得一十六步二共三十二步以減共積八百步餘七百六十八步以三歸之得二百五十六步用開平方法除之得中方面一十六步加四步得大方面二十步減四步得小方面一十二步

解義

於共積內將大方中方隅積尽減除餘積以大方餘中方外二廉補小方便足三個小方各帶二廉三帰之止餘一小方併二廉初商一十自乘次商連初商又自乘則物三自乘之數在內故減除初商餘減積四十四步即次商倍廉法二二廿除四十二二廿除四步一理餘寔九十六步又以三因之者先將積七百二十步以三帰之止餘一小方併二廉初隅共商十二除去一百四十四步小方之積又將餘寔三因還六廉之本數卸以大方廉多小方八步中方廉多小方四步共十二加倍二十四為法者二面多數也即三小方一方二廉一廉多四步六廉共多二十四步也此皆前人娗隣主法隅人思悟其寔不用三因止用本等二廉共多八步與初次相呼即除寔得尽此用八步帶縱法為正也廉比小方多四步用八步者二廉也至後法以大方多中方中方多小方各四步自乘減積餘三帰

合中方積者大方除隅積餘二廉各長十六步中存一中方中方除隅積餘二廉各長十二步中亦一小方將大中方長短四廉分配二小方各成二中方共得三中方積三除止存一中方積故開方得中方面十六步

難題船缸均載歌○三百六十一隻缸任君分作幾舡裝不許一舡多一隻不許一舡少一缸

（圖）（法）置缸三百六十一隻為實以開平方法除之初商一十於左自呼除一百餘實二百六十一次商九於左初商之次即以九呼初商十除實九十又以呼初商十除實九十又呼次商九除實八十一恰盡得（一十九）（舡）每舡載（缸）（一十九隻）

難題糧船均載歌○今歲都要納秋糧催舡裝載去上倉五萬七千六百石河中淌濕一舡糧每舡另帶一石去舡仍剩得一石糧將糧納米已有數不知原用幾舡裝

（圖）（法）置米五萬七千六百石為實於右用開平方法

初商二百於左自呼除實四萬餘實一萬七千六百石 次商四十於左初商二百之下副以次商四十與初商二百相呼除實八千又以四十與初商二百相呼除實八千又以次商四十自呼除實一千六百恰盡得舡二百四十隻每舡裝糧二百四十石

解義 開方此法最省便後發此二法以見開方之法先事不可推筭不止田畝一節

直田帶縱開方圖

方二十步 縱十二步 方積四百步 縱積二百四十步 通長三十二步

令有直田積八百六十四步只云濶不及長一十二步問長濶各若干

舊法 置積八百六十四步於盤中為實以不及一十二步列於右為縱方初商二十步於左第一位亦置二十步加於縱十二之位共三十二 皆與上商二十相呼除實六百四十餘實二百二十四步 却將下法初商二十倍之倍法不倍縱共五十二 次商四步於初商二十之次 次下法亦

置四步於法之次位共五十六皆與左次商四步相呼除實恰盡得（闊）（二）（十）（四）

（步）加不及一十二步得（長）（三）（十）（六）（步）

解義倍法不倍從者法是取方要兩廉供加故用倍法縱是長多闊二定之數覩圖列次商方二廉縱一廉槃可見矣○以闊長差闊長闊四円積併差自乘開方得長闊共步以差步加減得長闊法見直田并勾股下故不復贅

直田減積開方法○今有直田積一千七百五十步只云闊不及長一十五步問長闊各若干

（舊）（法）置積一千七百五十步於盤中為實另置不及十五步於右法位為減積初商三十於左位下法亦置三十於右為方法以乘減積一十五步得四百五十步以減中實餘實一千三百步　却以初商三十與下法三十相呼三三減積九百餘積四百步　就將下法三十倍作六十為廉法次商五步於左三十之次下法亦置五步以乘減積十五步得七十五步以減中實仍餘積三百二十五步却

以下位廉法十六併入次商五步共六十五步皆與上次商五步相呼五六除實三百五五除二十五步恰盡得(濶)(三)(十)(五)(步)加不及十五步得(長)(五)(十)(步)

解義 此與上帶緃之法無異又多乘緃積一轉折耳只用帶緃為便

直田減緃開方法(○)今有直田積八百六十四步只云長濶六十步問長濶各若干

(術)(法)置積八百六十四步於盤中為實以相和六十步置下法位為緃用減緃開方法上商二十步於左就將右緃減上商二十步餘四十步與上商相呼二四除實八百步餘實六十四步又以上商二十步再減餘緃二十步仍餘緃二十步次商四步亦再減餘緃四步仍餘緃十六步與次商四步相呼一四除四十步四六除二十四步共除六十四步除實恰盡得上商(濶)(二)(十)(四)(步)以減相和六十步得(長)(三)(十)(六)(步)

約商縱橫相乘除積開方圖 帶縱

解義 闊未言縱多若干無縱可帶故即就相和共數通作縱論用於縱法除之但舊圖共理未明今另立圖解于後

闊二十步

將此段縱從接橫去下段頂合即闊二十步長共四十步共積八百步

闊二十步

十六步

十六步

十六步

今有直田積八百六十四步只云長闊相和六十步問長闊各若干

法 置積於中以左上為橫方右法為縱方將相和六十步列於法位為縱約累積商二十步為橫於左下法除縱二十步餘四十步即以橫二十與縱四十相呼除實八百步餘實六十四步却將橫二十步亦減縱二十步餘二十步為縱與橫共步又約累餘積商四步于左為橫縱方亦除四步餘縱一十六步與次商四步除實恰盡于左位先商二十次商四步得闊二十四步於右法餘縱一十六步加後除縱二十步得長三十六步

解義 此即明舊法成縱之義首圖是列明初商次商所除積實二圖是將長闊共步伸直以明相除之理大抵長闊閒和共六十步初商是將積實以十步為界之闊應二十步長應四十步以闊乘長除寔不盡却將縱亦成二十步只闊亦二十步長亦去二十步餘二十步仍是長闊共數又以步行畧總實六十四步將餘縱二十亦以長闊分之以乃步乘十六步除實恰盡便是長闊各二十步外潤加四中得二十四步長加一十六步得三十六步古人立為成流法其理在此或長加登闊逆縮或長與闊位數多寡如長几百几十几步闊止几十几步或闊几十几步長几十步或闊几十步長几十几步衍處步數皆一定難易八再圖于後

發明成縱圖

長四十步

闊二十步　闊二十步

長四十步

闊二十步

長二百二十三步

於上截帶縱闊二十分闊二十二十步較長二百四十七步共積四千九百四十步

長二百二十三步

闊四步

所以商闊四步長二百二十三步

積八百九十二步

闊二十步

今有直田積五千八百三十二步只云長闊相和共二百六十七步問長闊各若干

(解)(法)置積五千八百三十二步於中以左上為橫方右法為縱方將相和二百六十七步列於法位為縱約畧積實商二十步為橫闊於左下法除縱步二十餘二百四十七步與左橫步二十相呼二二除四十

二四除八百，二七除一百四十，共除四千九百四十步，餘實八百九十二步。即以左橫闊二十步亦除縱長二十步，餘縱二百二十七步，仍為長闊共步。卻約累餘積，將二百二十七步分別長闊，次商橫四步，即於縱位除四步，餘縱二百二十三步，與次商四步相呼，四二除八百，四二除八十，四三除一十二，共除八百九十二步，恰盡。於左位先商二十，次商四步，得闊二十四步。於右法餘縱二百二十三步，加後除縱二十步，得長二百四十三步。

解義 長闊共二百六十七步，若商橫三十則積不足，若商十步則積過餘，所商之數皆一定，非易設，遂圖此發明之。若商長三十四步，闊三十步，長闊相和六十四步，積一千零二十步，約積定商三十，共餘縱三十四步，除於尽，即為直闊之數矣。

減縱翻積圖

三十步

今有直田積八百六十四步，長闊共六十步，問長闊各若干。

[illegible]法 置積八百六十四步為實，以相和六十步為減縱，於右先商三十步於左，以減縱六十步，餘縱三十步，與上商三十步

相呼合除積九百而積實不及乃命翻法除原積八百六十四步餘負積三十六步為實再置上商三十以減餘縱三十訖次商六步下法亦置六為隅法與上商六步相呼除實恰盡得長三十六步以減共長得濶

解義翻積法惟長濶不甚懸絕又長表四十五十無零餘然可以翻若長步過多或長多零數則亦無可翻矣此未可立準驗也○

長濶相和門乘以四因積減之餘開方得長濶差步解見直田及句股章不再贅

圭田斜田句股田開方法○俱倍積用帯縱或減縱法與直田同

開平圓問徑法○今有圓田積二千三百五十二步問圓徑若干（答）（法）

置田積四因三歸得三千一百三十六步為實於中初商五十步於左位亦置五十步於右位為方法左右相呼五五除積二千五百步餘積六百三十六步卻以右位五十倍作一百為廉法次商六步於左初商五十之下亦置六步於右廉法一百隔位之

下爲隅法共一百零六皆與上次商六步相呼一六除積六百六六除積三十六步恰

盡得圓徑五十六步

解義圓田自乘三因四歸得積將圓積四因三歸復合方積故開方得方面即圓徑

開平圓問周法○今有圓田積二千三百五十二步問圓周若干 圖法

置圓積以十二乘之得二萬八千二百二十四步爲實於右初商一百於左自呼除實一萬步除實一萬八千二百二十四步次商六十於左初商一百之次即以六十呼初商一百一六除實六千步又以六十呼六十一六除實六千六六除實三千六百共除一萬五千六百步餘實二千六百二十四步再商八步於左一百六十之下即以八步與初次商一百六十相呼一八除實八百六八除實四百八十又以八步與一百六十八相呼一八除實八百六八除實四百八十八八除實六十四步共除二千六百二十四步恰盡得圓周一百六十八步

解義所圓積以十二乘者周係圓徑之三倍即係三因方而圓得方四分之三四個圓積得三個方積將圓積以十二乘之得十二個圓積即九個方積係三個方面自乘之積故所方得三個方面即三個圓徑為圓田外周之數也

開平圓命法（）今有圓田積五萬四千步問徑若干　術法置積四因三歸得七萬二千步為實初商二百於左自呼除積四萬餘積三萬二千步　次商六十於左二百之次即以六十與二百相呼二六除積一萬二千　又以六十與二百六十相呼二六除積一萬二千　六六除積三千六百　共除積二萬七千六百　餘積四千四百步　再商八步於左二百六十之下即以八與二百六十相呼二八除積一千六百　六八除積四百八十　又以八步與二百六十八相呼二八除積一千六百　六八除積四百八十　八八除積六十四步　共除積四千二百二十四步　餘積一百七十六步不盡却將三次所商二百六十八步倍之再加一步得五百三十七步命之曰圓徑二百六十八步零五百三十七分步之一百七十六

解義本積開方圓徑應二百六十八步三分二釐八毫不盡問於前乘盡故以法命之若問積以二百六十八步自乘得七萬一千八百二十四步加入不盡一百七十六步即合原積

大小二圓田問徑圖

小圓徑一十二步

今有大小圓田二段相併共積三百步只云大圓徑比小圓徑多四步問大小徑併積各若干

舊法置共積四因三歸得四百步為實大圓徑多小圓徑四步自乘得一十六步以減積步餘三百八十四步折半得一百九十二步為實另置大圓徑多小圓徑四步為縱方以帶縱開方法除之得小圓徑一十二步加多四步得大圓徑一十六步各以徑自乘三因四歸得大圓積一百九十二步小圓積一百零八步

解義即此前大小二方中所容求圓不用方故帶縱共方同。

方圓相併求面徑圖

方面十二步

方面十二步

方面十二步

積一百四十四步

圓徑十二步

圓徑十二步

圓徑十二步

積一百零八步

今有方田一段圓田一段共積二百五十二步只云方面圓徑適等問面徑各若干 舊法置共積以四因之得一千零八步併方四圓三共七爲法除之得一百四十四步爲實以開平方法除之得方面圓徑各一十二步 又法置共積以四因之得一千零八步爲實另併方四圓三共七置於右爲隅法用帶隅開方除之初商一十於左以隅七乘得七十與上一十相呼一七除實七百餘實三百零八步 另倍方法七十得一百四十爲廉法次商二步以隅七乘得一十四併入廉法一百四十共一百五十四步與次商二步相呼一二除實二百二五除實一百二四除實八步恰盡得方面圓徑各一十二步

解義圓得方四分之三一方積一圓積矣於七分四圓七歸即帰成一個四分適合一方田四分之數故開方得方面即歸位之法四圓積是四個方積四個圓積四圓積折三方積共七個方積用七為隅法以七除七方田之積止存一方田之積與上一理也

開立方法認商歌〇一千商十定無疑〇三萬總為三十餘〇九十九萬不離十〇百萬方為一百推

初商定首位數 此言開積定初商自乘再乘之數次商用法不同

商一步　積一步起至七步止皆商一步

商二步　積八步起至二十六步止

商三步　積二十七步起至六十三步止

商四步　積六十四步起至一百二十四步止

商五步　積一百二十五步起至二百一十五步止

商六步　積二百一十六步起至三百四十二步止

商十步　積三百四十三步起至五百一十一步止

商八步　積五百一十二步起至七百二十八步止

商九步　積七百二十九步起至九百九十九步止

商十步　積一千步起至七千九百九十九步止

商二十步　積八千步起至二萬六千九百九十九步止

商三十步　積二萬七千步起至六萬三千九百九十九步止

商四十步　積六萬四千步起至一十二萬四千九百九十九步止

商五十步　積一十二萬五千步起至二十一萬五千九百九十九步止

商六十步　積二十一萬六千步起至三十四萬二千九百九十九步止

商七十步　積三十四萬三千步起至五十一萬一千九百九十九步止

商八十步　積五十一萬二千步起至七十二萬八千九百九十九步止

商九十步　積七十二萬九千步起至九十九萬九千九百九十九步止

商一百步　積一百萬起至七百九十九萬九千九百九十九步止

開立方法歌○立方之法要推詳○自乘再乘始初商○三因自乘面方法○三因初商三廉長○次商又乘全廉濶○次商自乘隅法當○合併三法次商乘○積餘再商依次商

立方

商法

此初商方法一十尺自乘再乘成一立方積計一千尺

一方

此初商成方外次商五尺三面平方各十尺立濶五尺即三面平廉之一面平廉積五百尺三面積共一千五百尺

三平廉
廉長
廉一
隅圖

此三長廉補三面方平廉之旁長十五尺濶皆五尺每廉積二百五十尺三廉積共七百五十尺

小隅六面皆五尺積一百二十五尺

此上四圖總合為一六面皆平方一十五尺共積三千三百七十五尺為全立方

今有立方積三千三百七十五尺問面方若干

答曰

法曰置積三千三百七十五尺為實於中約實千尺定十尺初商一十於左亦置一十於右為下法自乘得一百尺以十乘一百得一千尺除實訖餘實二千三百七十五尺卻以三因初商自乘得三百為面方平廉法又以三因初商一十得三十為廉長次商五尺於左初商一十之次下法亦置五尺於右即以次商五尺乘三廉長三十得一百五十為長廉法又以五尺自乘得二十五尺為隅法併平廉三百長廉一百五十隅法二十五共四百七十五皆與

次商五尺相呼四五除二千尺五七除三百五十五五除二十五共除二千三百七十五尺除

實恰盡得平面立面皆一十五尺

解義平方是四面以一面自乘即得四面數立方加辭子是六面加一面十尺自乘得一百尺是平方再乘得一千尺是一齊得一

百尺十層十閒一百尺共一千尺乃分上下四旁六面皆十尺平方

四面積有不尽消從兩面加增故用兩廉倍法立方六面積有不尽

原殘三面加增故用三廉三隅用法平方上加兩邊立方用連面併加

故有平廉有長廉平方一隅以用一乘立方橫豎皆方須用二乘再

乘如平廉用初商自乘是一乘長廉以次商乘之是一乘隅法次商

自乘亦是一乘合三法併以次商乘之是再乘隅也不離一乘再乘

之義

又立方開面法○今有立方積一百九十五萬三千一百二十五尺問面

方若干

[illegible]法置積一百九十五萬三千一百二十五尺為實於中初商一百於左下法亦

置一百於右自乘再乘得一百萬除實訖餘實九十五萬三千一百二十五尺却以三乘下

法一百得三百為方法列位次商二十於左初商一百之次下法亦置二十於初商一百之次共一百二十就以次商二十乘之得二千四百為廉法再以方法三百乘廉得七十二萬除實訖餘實二十三萬三千一百二十五尺却以次商二十自乘再乘得八千為隅法除實訖餘實二十二萬五千一百二十五尺另以三乘下法一百二十得三百六十又為方法列位再商五尺於左初次商一百二十之下共一百二十五尺就以五尺乘之得六百二十五尺又為廉法再以方法三百六十乘廉法六百二十五尺得二十二萬五千尺除實訖再以再商五尺自乘再乘得一百二十五尺又為隅法除實恰盡得立方而一百二十五尺

解義 以三因初商為方法乃三面方之長立以次商二十乘初商次商共一百二十即一而通長之立闊也又以方法三百乘之即三面方之横闊也合之共成長一百二十横闊一百立闊二十之三廉上少一隅故用次商自乘再乘為隅法除之以完立方廉上法通隅一理特變換其文耳

又開立方捷法歌○捷法可求開立方○不用廉隅費思量○初商再乘除方積○就約餘積定次商○合併初次自乘訖○又用初乘初次商○再置初商亦自乘○三數總合次乘良○得數除積知方面○三商四商依様詳

今有立方積一百九十五萬三千一百二十五尺問面方若干　置積為實初商一百於左就於下法置初商一百自乘再乘得一百萬除實訖餘實九十五萬三千一百二十五尺次商二十於左初商一百之次位就於下法置初次商共一百二十自乘得一萬四千四百又置初次共商一百二十以初商一百乘之得一萬二千又置初商一百自乘得一萬併三次共三萬六千四百以次商二十乘之得七十二萬八千尺除實訖仍餘實二十二萬五千一百二十五尺再約商五尺於左一百二十之下位就於下法置初

次再共商一百二十五尺自乘得一萬五千六百二十五尺又置初次再共商一百二十五尺以初次商一百二十尺乘之得一萬五千又置初次商一百二十自乘得一萬四千四百併三數共四萬五千零二十五以再商五尺乘之得二十二萬五千一百二十五尺除實恰盡得(立方面一百二十五尺)

解義 次商法以初次商自乘再以次商二十乘之便是直積皆一百二十尺立闊二十尺內有一面方平廉二長廉一隅在內以初商乘初次商再以次商二十乘之便是直長一百二十一闊一百立闊二十內有一平廉一長廉以初商自乘再以次商二十乘之便是立擴皆一百立闊二十一上一平廉合之併完三平廉三長廉一隅之積故併三數總以次商二十乘之可盡積而得方面不盡再用三商

歸除開立方法○今有立方積一億零二百五十萬零三千二百三十二尺問立方面若干

(答)(法)置積為實約六千四百萬以上該商四百尺即初商又置四百於左上亦置四百於右下法位自乘得一十六萬為下法與左上四百相呼一

四除四千萬尺四六除二千四百萬尺共除六千四百萬尺餘實三千八百五十萬零三千二百三十二尺却將

右下十六萬尺以三因之得四十八萬尺為法歸除之呼四三七十二將餘三千萬

改作七下位八百上添二共十猶不足除呼四歸起一下還四於七上去

一餘六於下位十再添四呼六八除四十八即於六之下位除四又除

一九存下位添二七成便將實首位六除去置六十尺於左初商四百之次位下

法另置初商四百尺以次商六十尺乘之得二萬四千尺以三因之得七萬二千尺為

長廉法又置次商六十尺自乘得三千六百尺為隅法二共七萬五千六百尺皆以次

商十六相呼除之六七除四百二十萬尺五六除三十萬六六除三萬六千餘實五百一十六萬

七千二百三十二尺再將方法四十八萬併入兩個七萬二千廉法得一十四萬四千三個三千六百尺

隅共得一萬零二共六十三萬四為法歸除之呼六五八十即將實首

位五添三作八下位添二成三隨呼三八除二十四萬呼四八除三萬二千呼八八除六千四百右下之法不用將實首八除去置八尺於左初次商四百六十之下却再將初次商四百六十以再商八尺乘之得三千六百八十尺以三因之得一萬一千零四十尺併入八尺自乘得六十四尺二共一萬一千百零四尺皆以再商相呼除之一八除八萬又一八除八十又一八除八百又四八除三十二尺除實恰盡驗左上所商

得五方每面四百六十八尺

釋義

以初商四百尺自乘一十六萬尺以三因之得四十八萬尺即面方三平廉也另置初商四百尺以次商六十尺乘之以三因之共七萬二千尺即三長廉也又次商六十尺自乘得三千六百尺即一隅也以之作法歸除仍以次商乘平廉長廉一隅之法也以上已完次商之法又將方法四十八萬併入兩個廉法三個隅法皆方法卽初商三平廉兩個廉法即六個長廉乃每平廉一兩加二長廉一隅共成四百六十尺之四平廉狹又爲法寫除得三商若干後招前法以三商乘初次商得長廉三商自乘得隅法呼除餘積究三商

之法以三次商而得立方面也

開立方命法〇今有立方積四千一百五十尺問立方每面若干　答曰

置積為實初商一十自乘再乘得一千尺除實訖餘實三千一百五十都以三因下法一十得三十為方法列位次商六尺於左上初商一十之次共一十六就以六尺乘之得九十六為廉法再以方法三十乘廉法九十六得二千八百八十除實訖又以次商六尺自乘再乘得二百一十六尺為隅法除實餘實五十四尺不盡都以所商立方一十六尺自乘得二百五十六尺又以三因得七百六十八尺另將十六尺以三因之得四十八尺再加隅法一尺併三數共得八百一十七尺命之曰每方一十六尺零八百一十七分尺之五十四

立方問銀法〇今有銀一萬兩問方若干　答曰

置銀一萬兩為實以銀率

每寸一斛四為法除之得七百一十四寸（二分八釐五毫不盡）又為實以開立方法除之得

（每面方八寸九分三釐有零不盡）

解義（將銀一萬兩以十四兩為法除之有不盡四寸訣七百一十四寸零十四分寸之四細分之訣七百一十四寸二分八釐五毫七系一忽四微不盡開方除之訣每面八寸九分三釐九毫零三忽不盡）

帶縱開立方法　今有立方積一千二百九十六尺只云方比高多三尺

問方高各若干

法　置積一千二百九十六尺為實於中另置方多三尺自乘得九尺為縱方再置三尺倍之得六尺為縱廉約積一千商十尺今有縱方止商九尺置九尺於左位另以九尺自乘得八十一尺加入縱方九尺共九十尺為方法另以縱方九尺以縱廉六尺乘之得五十四尺為廉法二法併共一百四十四尺置於右下與所商九尺相呼一九除實九百四九除實三百六十四九除實三十六尺共除一千二百九十六尺實盡

以所商得高九尺加方多三尺得方一丈二尺

解義以所商九尺自乘得八十一尺平方面也縱廉六尺每廉三尺共二廉也加入兩方九尺小隅方也隅多三尺隅廉三三得九尺也合之共成每面一十二尺却以所商九尺呼十二尺平方之積以除原積於盡皆為原積是十二尺自乘得一百四十四尺以高九尺乘之得一千二百九十六尺若以一百四十四尺除須積即得高九尺今以九尺與一百四十四尺今除是除九個一百四十四尺故除積恰合而所商九尺即高也此乃先開平方却以高尺數乘之除積也

約縱開立方法○今有立方積二萬九千八百零八尺高比方不及一丈三尺問高方各若干

舊法置積二萬九千八百零八尺為實約實二萬七千餘商三十尺自乘得九百再乘得二萬七千尺尚有餘積又約商三十六尺自乘得一千二百九十六尺另置三十六尺減不及一十三尺餘二十三尺乘之得二萬九千八百零八尺除實恰盡得高二十三尺方三十六尺

解義以三十六尺自乘方面也以二十三乘之以高乘方也約量積數先商三十除定不尽又改商三十六尺是深大方約商故以

高比方不及十三尺故除方數

以來方積合除積尽為準也

又約縱闊立方法（）今有立方積一千七百八十七萬五千尺只云高闊相等長多闊三十六尺問高闊及長各若干

（舊法）置積為實初商約得二百尺自乘得四萬尺再乘得八百萬尺又約商二百五十尺自乘得六萬二千五百尺再以二百五十尺乘之得一千五百六十二萬五千尺除積訖餘積二百二十五萬尺為實另置所商二百五十尺自乘得六萬二千五百尺以長多三十六尺乘之得二百二十五萬尺除實恰盡

得（高與闊各二百五十尺）加入長多三十六尺得（長二百八十六尺）

以法是先取大平方面却以不及截去乘之此是先将不及一乘

先小立方却将小立方面自乘得小平方面以多三十

開三乘立方法〇今有三乘立方積二千零一十五萬一千一百二十一尺問方面及高各若干　(古法)置積二千零一十五萬一千一百二十一尺為實於中用開平方法除之得四千四百八十九尺又為實用開平方法除之得(方六十七尺)自乘得(高四千四百八十九尺)

(又法)置積為實於中初商六十於左下法亦置六十於右自乘得三千六百再乘得二十一萬六千尺為隅法與上商六十相呼二六除一千二百萬一六除六十萬六六除三十六萬共除一千二百九十六萬餘實七百一十九萬一千一百二十一尺乃以四乘隅法二十一萬六千得八十六萬四千為方法另置初商六十自乘得三千六百尺又以六因之得二萬一千六百尺為上廉又以四乘初商六十得二百四十為下廉次商七尺於左六十之次下法亦置七尺自乘得四十九尺再乘得三百四十三尺為隅法又以次商七尺乘上廉二萬一千六百得一十五萬一千二百又以七尺乘下廉二百四十

得一千六百八十再乘得一萬一千七百六十併方法八十六萬四千上廉一十五萬一千二百下廉一萬一千七百六十隅法三百四十三尺共一百零二萬七千三百零三尺皆與次商相呼一七除七百萬二七除一十四萬七七除四萬九千三七除二千一百三七除二十一尺共除七百一十九萬一千一百二十一尺除實恰盡得方面六十七尺

解義

三乘之法如方面六十七尺一乘得四千四百八十九尺是一方面再乘得三十萬零七百六十三尺是六面皆六十七尺即立方三乘得二千零一十五萬一千一百二十一尺是六十七個六面皆六十七尺高計四千四百八十九尺物高以六十自乘再乘三乘得一千二百九十六萬即六十個六面皆六十尺小立方高計三千六百尺其以一乘再乘得二十一萬六千本是方法乃以為隅法者因高數過長一小方止在一隅故言隅也又四因隅法為方法即六十個小立方面方平廉也立方宜用三平廣今四因者其三係平廉其一即一小立方後皆以七因之七因三平廉為平廉之立個七因一小方又因作七個六十尺一乘再乘三乘之小方也又六因三千六百即六十個小立方之長廉也長廉亦宜用三廉今六因者其三係長廉其三係一個小立方每面積三千六百尺三個三千六百

尺即一小立方之三平廉也後又以七因再七因之再因三長乘疊長廉之立濶横濶再因一小方之三平廉一因為平廉也立濶再為即因作七個小立兩之平廉也又以四因六十尺為下廉即下七濶小立方之長廉也長廉亦止用三廉又四用者其三為一小方之三長廉其一即上六十個小立方之數也後皆以七因再以七因三以七因三次七因長廉二次為長廉之立濶横濶一次為因作七個小方七長廉三次七因一個六十因上六十個小方内平廉長廉與備各缺一七尺小隅將六十以七因再以七因三以七因即是以七尺自乘再乘得一七尺小立方却以六十乘之得六十個小立方以先各隅也下七個小立方平廉長廉亦備止缺七隅其將七尺自乘再乘為隅法即一個小方之隅也後又以七乘即乘作七個小隅以先七小方也此皆前人規殊成殺立法高妙然今人思索難到今依隱立方正法倚列于後俾覺者易了〇前法將積兩變開方即得方面若緝兩變用乘共三乘同積故也

〔[illegible]法〕置積二千零一十五萬一千一百二十一尺為實初商六十於左亦置六十於右法位自乘得三千六百尺為平方再乘得二十一萬六千為小立方三乘得一千二百九十六萬為六十個小立方除積一千二百九十六萬訖餘積七百一十九萬一千一百二十一尺次商七尺於左初

商六十之次下法亦置七尺於六十之次却以三千六百尺為一立方面以三因之得一萬零八百尺為一小方平廉又以六十尺為一方面長以三因之得一百八十尺為一小方長廉又以次商七尺自乘再乘得三百四十三尺為一小方隅法却將平廉以次商七尺因之為平廉立濶得七萬五千六百尺又將長廉以次商七尺因之為長廉橫濶再因為長廉立濶得八千八百二十尺併平廉七萬五千六百長廉八千八百二十隅法三百四十三尺共得八萬四千七百六十三尺却以小方六十因之得五百零八萬五千七百八十尺除積訖餘積二百一十萬五千三百四十一尺另將初次商共六十七尺自乘得四千四百八十九尺再乘得三十萬零七百六十三尺以次商七尺因之得二百一十萬五千三百四十一尺除實恰盡得方面六十七尺

又增法置積為實初商六十於左自乘再乘三乘得一千二百九十六萬次商七尺於左初商六十之次即將初次商共六十七尺自乘得四千四百八十

九尺又置初次商六十七尺以初商六十尺乘之得四千零二十尺又置初商六十尺自乘得三千六百尺併三數共一萬二千一百零九尺另置初商六十尺以次商七尺乘之得四百二十尺以乘一萬二千一百零九尺得五百零八萬五千七百八十尺併加前初商三乘一千二百九十六萬共一千八百零四萬五千七百八十尺却以初次商六十七尺乘之得一十二萬零九百零六萬七千二百六十尺以初商六十尺歸之得二千零一十五萬一千一百二十一尺除實恰盡以所商得方面六十七尺

解義

前法以初商六十自乘再乘為立方三乘是乘作六十個立方即以一立方為準究其平廉長廉隅法亦以六十乘作六十個廉隅共成合六十個六十七尺方而餘立方尚少六個立方却以六十七一乘再乘三乘得一個立方又以七因得七個立方以究六十七尺三乘之積後法以初次商自乘又以初商乘初次商又以初商自乘即兩不用廉隅求立方之法其又以次商七乘初商六千為法乘三數若以七乘是究三數之立隅以六十乘是前三數亦止一平方之廉隅故因作六十個立方之廉隅也然原積是六十七個立方

今止有六十個是比原積止有六十七分之六十故以六十七因乘以六十歸合原積而除始對也

立圓開方問徑周歟○立圓問徑法何如○十六乘積九歸除○立圓若問圓周數○四十八乘為則度○二數俱用開立方○問徑問周兩不誤

立圓開方問徑法○今有立圓積六萬二千二百零八尺問立圓徑若干

解法置積六萬二千二百零八尺以十六乘之得九十九萬五千三百二十八尺以九歸之得十一萬零五百九十二尺為實以開立方法除之初商四十於左亦置四十於右自乘得一千六百尺再乘得六萬四千除實餘實四萬六千五百九十二尺另將初商四十以三因之得一百二十為方法列位次商八尺於初商之次亦置八尺於下法共四十八尺執以次商八尺乘之得三百八十四尺為廉法以方乘廉得四萬六千零八十尺除實又另置次商八尺

自乘再乘得五百一十二尺為隅法除實恰盡得立圓徑四十八尺此問立圓如圓毬

解義平圜不離平方立圓亦不離立方其以十六乘九除得一十一舊零五百九十二尺即立方積也以開立方法除之得立方而即立圓徑也其以十六乘九除折立圓得立方十六分中九分四隅得七分平圓得平方四分之三圓得三分四隅得一分立圓加圓毬四隅所餘加多將十六三因四歸得十二尺平圓數又將十二三因四歸得九足立圓數足十六分之九分乃兩次三因四歸之數播之一乘再乘之最立方足一乘再乘而得立圓亦本立方一三因四歸仟三因四歸而得將立方面四十八尺一乘再乘得立方積一十一萬零五百九十二尺將一十一萬零五百九十二尺一三因四歸再三因四歸得六萬二千二百零八尺即立圓之積若周徑開積將徑四十八尺一乘再乘得積用九因十六除得立圓積

立圓開方問周法○今有立圓積六萬二千二百零八尺問立圓周若干

捷法置積數以四十八尺乘之得二百九十八萬五千九百八十四尺為實以開平方除之

初商一百尺於左自乘得一萬再乘得一百萬除實訖次商四十於左初商一百之

次位就於下法置初次商共一百四十自乘得一萬九千六百又置初次共商一百四十以初商一百乘之得一萬四千又置初商一百自乘得一萬併三數共四萬三千六百以次商四十乘之得一百七十四萬四千除實訖餘積二十四萬一千九百八十四尺再商四尺於左初次商一百四十之下亦置四尺於下法共一百四十四尺自乘得二萬零七百三十六尺又置初次三商一百四十四尺以初次商一百四十尺乘之得二萬零一百六十尺又置初次商共一百四十尺自乘得一萬九千六百併三數共六萬零四百九十六尺以三商四尺乘之得二十四萬一千九百八十四尺除實恰盡得圓周一百四十四尺

解義

開周將積以四十八乘之皆一個圓周係三個圓徑即三個方面以三個方面自乘積豎皆三個滿九個平方再以三個方面乘之高與三個每一個平方圓作三個立方共三九二十七個立方立圓得立方十六分之九將二十七以一十六因之得四百三十二以九滿之得四十八是四十八箇立圓積合二十七個立有試故以四十八乘立圓積得二百九十八萬五千九百八十四尺今[illegible]十七

個一十一萬零五百九十二尺立方積也

金毬問徑難題駐馬聽〇不比尋常欲造金毬內外光要求高徑尺寸今有金積難眼睛黃百二十一五分詳立圓高許如等杖折半㑹量折半㑹量金實虛積無偏向此言金毬積一百二十一寸五分問毬徑若干

(答)(法)置金積一百二十一寸五分以十六乘之得一千九百四十四寸以九歸之得二百一十六寸為實以開立方法除之初商六寸自乘得三十六寸再乘得二百一十六寸除實恰盡得(毬)(徑)(高)(六)(寸)

金毬以徑問積難題歌〇有個金毬裏面空毬高尺二厚三分一寸自方十六兩試問金毬多少金

(答)(法)置毬一十二寸自乘再乘得一千七百二十八寸以九因十六除得九百七十二寸為金毬積另置高一十二寸將厚三分得六分以減高一十二寸餘得毬內空徑一十一寸四分亦用自乘再乘得一千四百八十一寸五分四厘亦以九因十六

除併八百三十三寸三分六厘為毬內空積以減全金毬積餘一百三十八寸六分四厘每方寸一斤變為一百三十八斤零數用斤兩加六法得一十兩二錢四分併之得毬重一百三十八斤十兩零二錢四分

筭海說詳四卷終